

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский
политехнический университет**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 28 » апреля 20 23 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина: Тензорный анализ
(наименование)

Форма обучения: очная
(очная/очно-заочная/заочная)

Уровень высшего образования: бакалавриат
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

Общая трудоёмкость: 216 (6)
(часы (ЗЕ))

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика
(код и наименование направления)

Направленность: Математическое моделирование (СУОС)
(наименование образовательной программы)

1. Общие положения

1.1. Цели и задачи дисциплины

Цель учебной дисциплины –

Ознакомление студентов с концептуальными основами тензорной алгебры и тензорного исчисления.

Задачи дисциплины:

Свободное владение бескомпонентной и компонентной формами записи тензорных соотношений.

Знание основных определений и операций над тензорами различного ранга, их свойств и особенностей их применимости в других дисциплинах.

Умение записывать и выводить математические и физические законы в тензорном виде.

Навыки решения задач тензорных алгебры и анализа.

1.2. Изучаемые объекты дисциплины

- Тензоры произвольного ранга.
- Операции над ними.
- Тензорные функции и их производные.
- Тензорные поля и операции над тензорными полями.

1.3. Входные требования

Не предусмотрены

2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
-------------	-------------------	---	--	-----------------

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.1	ИД-1ПК-1.1	Знает основные определения и понятия тензорной алгебры и анализа – современный аппарат тензорного анализа, необходимый при моделировании систем и процессов; – особенности применения тензорных алгебры и анализа при моделировании систем и процессов. – области применения аппарата тензорного анализа и представление тензоров второго ранга, характеризующих напряженное и деформированное состояние в точке деформируемой сплошной среды.	Знает парадигму и основные концепции развития прикладной математики и математического моделирования, современные подходы и методы проведения научных исследований, современные и классические математические модели систем и процессов.	Контрольная работа
ПК-1.1	ИД-2ПК-1.1	Умеет – применять современный аппарат тензорного анализа при решении задач в исследовательской и прикладной деятельности; – формулировать математические законы физики и механики в тензорной форме; – решать задачи тензорной алгебры и анализа. – применять аппарат тензорных алгебры и анализа при построении математических моделей физико-механических процессов в механике сплошной среды.	Умеет анализировать возможности и применимость математических моделей, применять и модифицировать их для решения научных и прикладных задач, разрабатывать новые математические модели при выполнении научных исследований на современном уровне	Отчёт по практическом у занятию
ПК-1.1	ИД-3ПК-1.1	Владеет – навыками применения тензорного анализа в исследовательской и прикладной деятельности; – способностью	Владеет навыками выполнения научно-исследовательской работы, применения и модификации известных математических моделей для получения новых	Индивидуальное задание

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
		<p>приобретать новые научные и профессиональные знания в предметной области тензорного анализа, применяемой при моделировании физико-механических систем и процессов.</p> <p>– опытом решения задач тензорного анализа, применительно к механике сплошных сред.</p>	научных и прикладных результатов	

3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		2	3
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	99	54	45
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	32	16	16
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	63	36	27
- контроль самостоятельной работы (КСР)	4	2	2
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	81	18	63
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен	36		36
Дифференцированный зачет	9	9	
Зачет			
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)	18		18
Общая трудоемкость дисциплины	216	72	144

4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
2-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Линейное пространство.	6	0	12	6
Тема 1. Определение линейного пространства (л.п.), базис и размерность л.п. Некоторые примеры л.п. Преобразование компонент элемента конечномерного л.п. при замене базиса. Тема 2. Изоморфизмы л.п. Полилинейные отображения. Сопряженное пространство. Тема 3. Нормированное пространство. Евклидово пространство.				
Тензоры как операторы над линейными пространствами.	10	0	24	12
Тема 4. Тензорное произведение. Тензорные пространства, ранг тензорного пространства. Тема 5. Примеры тензорных пространств (билинейные формы, линейные операторы, матрицы). Пример использования линейного оператора как характеристики однородного деформированного состояния сплошной среды. Тема 6. Преобразование компонент тензора при замене базиса. Координатное определение тензора II ранга. Тема 7. Композиции тензоров и операции над тензорами. Тема 8. Тензоры над евклидовыми пространствами. Тема 9. Тензоры произвольного ранга и операции над ними.				
ИТОГО по 2-му семестру	16	0	36	18
3-й семестр				
Алгебра тензоров второго ба	6	0	9	27
Тема 10. Тензоры как линейные операторы. Тождество Гамильтона-Кэли. Теорема Гамильтона-Кэли. Спектр тензора. Спектральное разложение тензора. Тема 11. Симметричные и несимметричные тензоры. Девидоры и шаровые тензоры. Кососимметричные тензоры. Тема 12. Автоморфизмы линейного пространства: полная линейная группа. Автоморфизмы евклидова пространства: группа ортогональных преобразований. Изотропные и демитропные тензоры. Полярное разложение тензора, его применение как разложения однородного движения сплошной среды.				
Тензорные функции и их дифференцирование	5	0	9	18
Тема 13. Инварианты тензора относительно полной линейной группы и группы ортогональных преобразований. Группа симметрии тензора. Группа симметрии тензорной функции (т.ф.),				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
изотропная т.ф.. Связь групп симметрии аргумента, значения т.ф., и самой т.ф. Тема 14. Теорема об обратном тензорном признаке. Вариация по Лагранжу и производная по Гато. Тема 15. Компонентный и инвариантный способы нахождения производной т.ф. О применении тензорных функций в качестве уравнений состояния механики сплошной среды.				
Тензорные поля	5	0	9	18
Тема 16. Аффинное точечное пространство. Координатный репер и системы координат. Преобразование системы координат. Тензорные поля, их применение в механике деформируемых сплошных тел. Тема 17. Операции над тензорными полями, ковариантное дифференцирование, символы Кристоффеля. Аффинное евклидово пространство. Ортогональные системы координат, физические компоненты тензора. Тема 18. Свойства ковариантного дифференцирования. Дифференциальные операторы I порядка (градиент, дивергенция, ротор). Дифференциальные операторы II порядка.				
ИТОГО по 3-му семестру	16	0	27	63
ИТОГО по дисциплине	32	0	63	81

Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Линейные пространства
2	Сопряженный базис. Компоненты вектора
3	Скалярное и векторное умножение векторов
4	Тензоры второго ранга
5	Примеры тензоров
6	Преобразование компонент тензора
7	Операции над тензорами
8	Тензорные подпространства
9	Тензоры произвольного ранга
10	Спектр тензора
11	Симметричные и несимм-ные, шаровые тензоры и девиаторы

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
12	Полярное разложение тензора
13	Группы симметрии
14	Производная тензорной функции
15	Компонентный и инвариантный способы нахождения производных
16	Криволинейные системы координат
17	Операции над тензорными полями
18	Дифференциальные операторы I и II порядка

Тематика примерных курсовых проектов/работ

№ п.п.	Наименование темы курсовых проектов/работ
1	Обоснование классификации конечных кристаллов по группам симметрии.
2	Определение числа независимых компонент тензоров линейных физических свойств конечных кристаллов различной симметрии.
3	Исследование алгебраических структур — подмножеств алгебры тензоров 2-го ранга.
4	Применение теории функций комплексной переменной к тензорным функциям.
5	Связь ортогональных тензоров с кватернионами.
6	Связь ортогональных тензоров с углами Эйлера.
7	Связь ортогональных тензоров с кардановыми углами.
8	Связь аналитичности изотропной тензорной функции (т.ф.) одного аргумента с ее возможностью представления квадратичным полиномом.
9	Вывод тригонометрического представления изотропной т.ф. одного аргумента.
10	Вывод тригонометрического представления изотропной т.ф. двух имеющих общую главную ось аргументов а) с выбором в качестве тензорно-нелинейного базисного элемента квадрата одного из аргументов, б) с выбором в качестве тензорно-нелинейного базисного элемента произведения аргументов.
11	Определение тензорной функции $\exp(-)$ и ее геометрического смысла.
12	Определение тензорной тригонометрических функций и их производных.
13	Сравнение определения угла между тензорами с точки зрения евклидова пространства и алгебры, анализ их геометрического смысла.
14	Выяснение алгебраического смысла изоморфизма пространства симметричных девиаторов со скалярным произведением и пятимерного евклидова пространства, рассмотренного А.А. Ильюшиным.
15	Доказательство теоремы А. Спенсера о представлении скалярнозначного полинома нескольких тензорных аргументов.
16	Нахождение целого рационального базиса системы тензоров.
17	Нахождение форм-инварианта системы тензоров.
18	Исследование тензора Римана-Кристоффеля.

№ п.п.	Наименование темы курсовых проектов/работ
19	Теорема Остроградского-Гаусса для векторного и тензорного полей, ее следствия.
20	Теорема Стокса для векторного и тензорного полей, ее следствия.
21	Определение градиента, ротора, дивергенции векторного и тензорного полей в различных криволинейных системах координат.
22	Представление поверхностей второго порядка тензорами второго порядка, пересечение поверхностей с прямой, плоскостью, др. поверхностью.
23	Определение тензора инерции, его свойства, значение тензора инерции для различных геометрических объектов (куб, балка, эллипсоид, кольцо, цилиндр и т.д.).

5. Организационно-педагогические условия

5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинги и анализ ситуаций и имитационных моделей.

5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
-------	---	-------------------------------------

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
1. Основная литература		
1	Андреев Г. Н. Тензорное исчисление : учебное пособие. М. : Изд-во МГИУ, 2008. 184 с.	10
2	Келлер И. Э. Тензорное исчисление : учебное пособие для вузов. Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2018. 175 с. 9,24 усл. печ. л.	4
3	Механика сплошной среды. Тензорный анализ. Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. 463 с. 37,7 усл. печ. л.	10
2. Дополнительная литература		
2.1. Учебные и научные издания		
1	Аквивис М. А., Гольдберг В. В. Тензорное исчисление : учебное пособие для вузов. 2-е изд., стер. М. : Наука, 1972. 351 с.	5
2	Мак-Коннел А. Дж. Введение в тензорный анализ : с приложениями к геометрии, механике и физике пер. с англ. Москва : Физматлит, 1963. 411 с.	1
3	Сокольников И. С. Тензорный анализ: теория и применение в геометрии и в механике сплошных сред : пер. с англ. 2-е изд., стер. М. : КомКнига, 2007. 374 с.	7
4	Схоутен Я.А. Тензорный анализ для физиков : пер. с англ. М. : Наука : Физматлит, 1965. 456 с.	2
2.2. Периодические издания		
1	Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа : научный журнал. Москва : Наука, 1966 - .	
2	Известия Российской академии наук. Механика твердого тела : научный журнал. Москва : Наука, 1966 - .	
3	Прикладная механика и техническая физика : журнал. Новосибирск : СО РАН, 1960 - .	
4	Физика твердого тела : журнал. Санкт-Петербург : Наука, 1959 - .	
5	Физическая мезомеханика : журнал. Томск : Ин-т физики прочности и материаловедения СО РАН, 1998 - .	
2.3. Нормативно-технические издания		
	Не используется	
3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины		
	Не используется	
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента		
	Не используется	

6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Введение в математическое моделирование: Учеб. пособие / Под ред. П.В. Трусова. — М.: Университетская книга, Логос, 2007. - 440 с. ISBN 978-5-98704-037-X.	http://www.mmsp.pstu.ru/userfiles/Posobie/MM_intro_PVTrusov.pdf	сеть Интернет; свободный доступ

6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	MS Windows 11 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Mathematica Professional Version (лиц. L3263-7820*)
Среды разработки, тестирования и отладки	Embarcadero Delphi 2007, лиц. № 33948, 137 лиц. ПНИПУ 2008 г.

6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	http://lib.pstu.ru/
Электронно-библиотечная система Лань	https://e.lanbook.com/
Электронно-библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbookshop.ru/
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	http://www.consultant.ru/

7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Курсовая работа	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть).	10

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Лекция	Аудитории, оборудованные ноутбуком, видеопроектором	1
Практическое занятие	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть).	10

8. Фонд оценочных средств дисциплины

Описан в отдельном документе

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Пермский национальный исследовательский политехнический
университет»

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине
«Тензорный анализ»

Приложение к рабочей программе дисциплины

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) образовательной программы: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: «Бакалавр»

Выпускающая кафедра: Математическое моделирование систем и процессов

Форма обучения: Очная

Курс: 1,2

Семестр: 2,3

Трудоёмкость:

Кредитов по рабочему учебному плану: 8 ЗЕ

Часов по рабочему учебному плану: 288 ч.

Форма промежуточной аттестации:

Экзамен: 3 семестр

Пермь 2023

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД, освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение двух семестров (2-го и 3-го семестров учебного плана) и разбито на 2 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля			
	Текущий	Рубежный	Промежуточный	
	ТО	Т/РКР	ИЗ	Экзамен
Усвоенные знания				
3.1 знать основные определения и понятия тензорной алгебры и анализа; современный аппарат тензорного анализа, необходимый при моделировании систем и процессов; особенности применения тензорных алгебры и анализа при моделировании систем и процессов	ТО	РКР		ТВ
3.2 знать области применения аппарата тензорного анализа и представление тензоров второго ранга, характеризующих напряженное и деформированное состояние в точке деформируемой сплошной среды	ТО	РКР		ТВ
Освоенные умения				
У.1 уметь применять аппарат тензорного анализа при решении задач в исследовательской и прикладной деятельности		РКР	ПЗ	ТВ
У.2 уметь формулировать математические законы физики и механики в тензорной форме		РКР	ПЗ	ТВ
У.3. уметь решать задачи механики сплошных сред с использованием тензорной алгебры и анализа		РКР	ПЗ	ТВ
У.4. уметь применять аппарат тензорных алгебры и анализа при построении математических моделей		РКР	ПЗ	ТВ

физико-механических процессов (ПСК-3)						
Приобретенные владения						
В.1 владеть навыками применения современного аппарата тензорного анализа в исследовательской и прикладной деятельности					КР	КЗ
В.2 владеть опытом решения задач тензорного анализа, применительно к механике сплошных сред					КР	КЗ

ТО – теоретический опрос; РКР – рубежная контрольная работа; КР – курсовая работа; ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое задание; ИЗ – индивидуальное задание

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде экзамена, проводимая с учётом результатов текущего и рубежного контроля.

2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;

- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;

- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланчного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

2.1. Текущий контроль усвоения материала

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования или выборочного теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной

аттестации.

2.2. Рубежный контроль

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений (табл. 1.1) проводится в форме защиты практических заданий и рубежных контрольных работ (после изучения каждого модуля учебной дисциплины).

2.2.1. Защита практических заданий

Всего запланировано по 25-30 практических заданий по каждому модулю.

Типовые задачи практического задания:

- 1 Доказательство нульвырожденности матрицы связи двух базисов.
- 2 Свойства операций над тензорами второго ранга.
- 3 Теорема Гамильтона-Кэли.
- 4 Свойства дифференциальных операторов.

Защита практического задания проводится индивидуально каждым студентом на практических занятиях. Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.2.2. Рубежная контрольная работа

Согласно РПД запланировано 2 рубежные контрольные работы (КР) после освоения студентами учебных модулей дисциплины. Первая КР по модулю 1 «Линейные пространства. Определение тензора второго ранга», вторая КР – по модулю 2 «Тензорные алгебра и анализ».

Типовые вопросы и задания теста первой КР:

- 1 Нормированное пространство. Евклидово пространство.. Задача (*скалярное и векторное умножение векторов*)
- 2 Композиции тензоров и операции над тензорами. Задача (*доказательство свойств операций над тензорами*)

Типовые вопросы и задания второй КР:

- 1 Спектр тензора. Спектральное разложение тензора. Задача (*спектр тензора*)
- 2 Компонентный и инвариантный способы нахождения производной т.ф. Задача (*Производная тензорной функции*)

Типовые шкала и критерии оценки результатов рубежной контрольной работы приведены в общей части ФОС образовательной программы.

2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная курсовая работы, практических заданий и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация, согласно РПД, проводится в виде экзамена по дисциплине устно по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний, практические задания (ПЗ) для проверки освоенных

умений и комплексные задания (КЗ) для контроля уровня приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

2.3.1. Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине

Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Базис линейного пространства и его размерность.
2. Связь двух различных базисов. Связь компонент вектора в двух различных базисах.
3. Векторное умножение векторов в ортобазисе. Символ Леви-Чивиты.
4. Определение тензора как линейного оператора. Примеры.
5. Тензор второго ранга как линейная комбинация диад. Ко-, контра- и смешанные компоненты.

Типовые вопросы и практические задания для контроля освоенных умений:

1. Доказать свойства двойного скалярного умножения.
2. Доказать теорему Гамильтона-Кели.
3. Найти спектральное разложение тензора.

Типовые темы для курсовой работы для контроля приобретенных владений:

1. Обоснование классификации конечных кристаллов по группам симметрии.
2. Определение числа независимых компонент тензоров линейных физических свойств конечных кристаллов различной симметрии.
3. Связь ортогональных тензоров с кватернионами.
4. Связь ортогональных тензоров с углами Эйлера.
5. Связь ортогональных тензоров с кардановыми углами.
6. Связь аналитичности изотропной тензорной функции (**т.ф.**) одного аргумента с ее возможностью представления квадратичным полиномом.
7. Вывод тригонометрического представления изотропной т.ф. одного аргумента.
8. Вывод тригонометрического представления изотропной т.ф. двух имеющих общую главную ось аргументов а) с выбором в качестве тензорно-нелинейного базисного элемента квадрата одного из аргументов, б) с выбором в качестве тензорно-нелинейного базисного элемента произведения аргументов.
9. Определение тензорной функции $\exp(-)$ и ее геометрического смысла.
10. Определение тензорных тригонометрических функций и их производных.
11. Сравнение определения угла между тензорами с точки зрения евклидова пространства и алгебры, анализ их геометрического смысла.
12. Выяснение алгебраического смысла изоморфизма пространства симметричных девятиаторов со скалярным произведением и пятимерного евклидова пространства, рассмотренного А.А. Ильюшиным.
13. Доказательство теоремы А. Спенсера о представлении скалярнозначного полинома

нескольких тензорных аргументов.

14. Нахождение целого рационального базиса системы тензоров.

15. Исследование тензора Римана-Кристоффеля.

16. Теорема Остроградского-Гаусса для векторного и тензорного полей, ее следствия.

17. Теорема Стокса для векторного и тензорного полей, ее следствия.

18. Определение градиента, ротора, дивергенции векторного и тензорного полей в различных криволинейных системах координат.

19. Представление поверхностей второго порядка тензорами второго порядка, пересечение поверхностей с прямой, плоскостью, др. поверхностью.

20. Определение тензора инерции, его свойства, значение тензора инерции для различных геометрических объектов (куб, балка, эллипсоид, кольцо, цилиндр и т.д.).

2.3.2. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче экзамена для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций

3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов компетенций приведены в общей части ФОС образовательной программы.

3.2. Оценка уровня сформированности компетенций

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде экзамена используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.